

## Малая Северо-Восточная олимпиада школьников 2015-2016 (I тур)

### 6 класс

1. Коля пробегает в минуту 250 метров, а его сестра Люба пробегает в минуту 150 метров. Они одновременно вышли из дома и побежали до школы. Сколько времени будет ждать Коля Любу возле школы, если расстояние между домом и школой 750 метров?

Ответ: 2 минуты.

Решение: Посчитаем время, за которое прибегает из дома до школы каждый ребенок. Коля:  $750:250=3$  мин. Люба:  $750:150=5$  мин.  $5-3=2$  мин.

2. На острове 5 озер, из каждого вытекает 3 реки и в каждое впадает 2 реки. (Реки впадают только в другое озеро или океан). Сколько рек впадает в океан?

Ответ: 5.

Решение: Количество рек равно  $5*3=15$ . Из них  $5*2=10$  впадают в озера. Тогда  $15-10=5$  впадают в океан.

3. Внутри каждой большой красной коробки находятся две маленькие синие коробки, а внутри каждой большой синей коробки находятся три маленькие красные коробки. При этом общее число красных коробок (и больших и маленьких) равно количеству всех синих коробок. Докажите, что больших красных коробок ровно в два раза больше чем больших синих коробок.

Решение: Обозначим количество больших красных коробок через  $K$ , а больших синих коробок через  $C$ . Тогда количество маленьких синих коробок равно  $2K$ , а маленьких красных  $3C$ . Так общее число красных коробок (и больших и маленьких) равно количеству всех синих коробок, то  $K+3C=C+2K$ . Следовательно,  $K=2C$ .

4. На книжной полке можно разместить либо 25 одинаковых толстых книг, либо 45 тонких книг. Можно ли разместить на этой полке 20 толстых книг и 9 тонких книг?

Решение: Обозначим толщину тонкой книги через  $X$ , а толщину толстой книги через  $Y$ . Тогда  $45X=25Y$ . Следовательно,  $9X=5Y$ . Т.е. 5

толстых книг занимают на полке столько же места, сколько 9 тонких книг. Тогда 20 толстых книг и 9 тонких книг занимают на полке столько же места, сколько и 25 толстых книг, т.е. их можно разместить на полке.

5. В коробке лежат таблички с числами. 1 табличка с числом 1, 2 таблички с числом 2, 3 таблички с числом 3, . . . , 10 табличек с числом 10. Какое минимальное количество табличек нужно вытащить из коробки, не глядя, чтобы среди них наверняка было 5 одинаковых табличек?

Ответ: 35.

Решение: Докажем, что достаточно взять 35 карточку. Предположим, что среди взятых карточек нет 5 одинаковых. Тогда каждого вида не более 4.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 34.$$

В таком случае можно взять всего не более 34 карточек. Противоречие.

Теперь докажем, что 34 карточек не хватит. В случае, если карточек каждого вида будет не более 4, то карточек будет 34.