

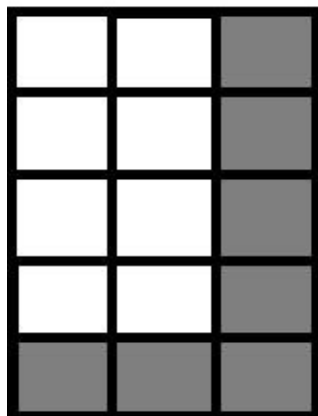
Северо-Восточная олимпиада школьников.  
Демонстрационный вариант. 6 класс.

1. Сломанный разменный автомат меняет одну монету на три или на пять монет. Можно ли с его помощью поменять 1 монету на 25 монет?

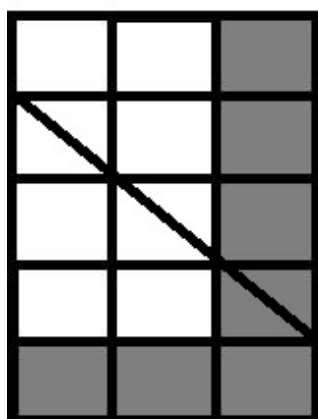
**Решение:** Если поменять одну монету на пять, то количество монет увеличится на четыре. Прделав эту операцию шесть раз, из 1 монеты получим 25 монет.

**Ответ:** Да.

2. Два брата хотят поделить плитку шоколада  $3 \times 5$ , состоящую из темного и белого шоколада (см. рис.), на два куска прямолинейным разрезом так, чтобы каждому брату досталось одинаковое количество белого шоколада и темного шоколада.



**Решение:**



3. Маленький Айтал взял отрывной календарь 2016 года и хочет посчитать, сколько всего цифр в нем. Помогите ему, если в феврале этого года 29 дней.

**Решение:** В каждом месяце минимум 29 дней. В 7 месяцах по 31 дню и 4 месяцах по 30 дней.

$$9 + 20 \cdot 2 = 49.$$

$$49 \cdot 12 + 7 \cdot 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 588 + 28 + 8 = 624.$$

**Ответ:** 624.

4. В парке по кругу растут 8 берез, 4 сосны и 3 дуба. Верно ли, что какие-то две березы растут рядом?

**Решение:** Количество берез больше, чем количество остальных деревьев. Представим, что остальные деревья делят круг на участки, в которых может быть не более одной березы. Такого не может быть, так как количество участков равно количеству сосен и дубов. По принципу Дирихле какие-то две березы растут рядом.

5. На круглом столе без наложений лежат круглые фишки разного размера. Докажите, что можно выдвинуть все фишки одну за другой со стола так, чтобы при этом они не задевали друг друга.

**Решение:** Принцип крайнего. Возьмем фишку, центр которой ближе всего лежит к краю стола. Выдвигая такую фишку мы не заденем других фишек. Далее берем следующую фишку, центр которой ближе всего к краю. И так далее. Важно, что крайняя фишка это та, центр которой ближе к краю, так как фишки могут быть разного радиуса.